

## Tentamen Inleiding Logica 28 oktober 2008

Voor u ligt het tentamen Inleiding Logica. Alle studenten maken het A-deel (6 opgaven, A1 t/m A6). Na afloop van het A-deel volgt een B-deel en een C-deel. Studenten van informatiekunde, informatica en KI (zowel major-, minor-, als keuzevakken) maken het B-deel (werkcollegegroepen Herke, Wouter en Chris). Studenten filosofie (werkcollegegroep van Sander) maken ook het C-deel. Het B-deel bestaat uit 4 opgaven (B1 t/m B4), het C-deel uit 3 opgaven (C1 t/m C3).

Vermeld rechtsboven op het eerste antwoordblad uw studierichting en welke gedeelten van het tentamen u maakt (A+B of A+C). Laat op het eerste blad onder deze informatie tien regels open. Trek dan een streep en schrijf verder alleen daaronder.

Zet uw volledige naam en studentnummer linksboven. Zet uw naam en studentnummer ook op alle eventuele vervolgbladen.

Zou u zo vriendelijk willen zijn na afloop van het tentamen ook het evaluatieformulier in te vullen?

Indien u uw tentamen wilt inzien dan kan dit door een afspraak te maken met Piter Dykstra: P.Dykstra@rug.nl, 050-3633942 (na 20 uur: 0516-577454).

Veel succes!

---

### A1: Vertalen propositielogica (8 punten)

Vertaal onderstaande zinnen in de taal van de **propositielogica**. Atomaire zinnen worden dus weergegeven met hoofdletters. Geef in je vertaling zo veel mogelijk logische structuur weer. Geef bij elke opgave de bijbehorende vertaalsleutel.

- A) Harry gaat naar Walibi, maar Jan niet.
- B) Als Harry of Jan naar Walibi gaat, missen zij allebei colleges.
- C) Harry gaat naar Walibi of de RuG is alleen tevreden als Walibi winst maakt.

### A2: Vertalen predikatenlogica (9 punten)

Vertaal onderstaande zinnen in de taal van de **predikatenlogica**. Alle atomaire zinnen worden dus weergegeven met predikaten. Geef bij elke opgave de bijbehorende vertaalsleutel. Het discussiedomein ("domain of discourse") bestaat uit mensen.

- A) Aladdin of Jafar kuste Jasmine.
- B) Alle prinsen bezoeken tenminste één prinses en flirten met haar.
- C) Niemand is gemener dan Jafar, maar iedereen is gemener dan iemand anders.

### A3: Formele bewijzen zonder kwantoren (10 punten)

Geef formele bewijzen voor de volgende gevolgtrekkingen:

- A)  $P$  volgt uit de premisse  $P \vee (P \wedge Q)$
- B)  $(R \rightarrow P) \rightarrow (R \rightarrow Q)$  volgt uit de premisse  $P \rightarrow Q$
- C) Bewijs  $(\neg(A \wedge B)) \Leftrightarrow (A \rightarrow \neg B)$  zonder premissen

### A4: Formele bewijzen met kwantoren (14 punten)

Geef formele bewijzen voor de volgende gevolgtrekkingen:

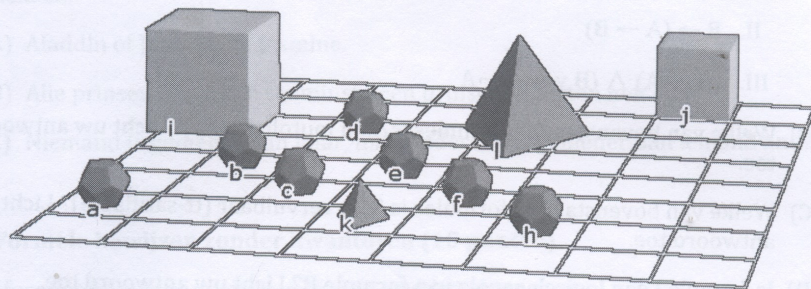
- A)  $\forall x (Q(x) \rightarrow P(c))$  volgt uit de premisse  $P(c)$
- B)  $\exists z [Hungry(z) \leftrightarrow Angry(z)]$  volgt uit de premissen  $\forall x [Angry(x) \rightarrow Hungry(x)]$  en  $\exists y [Hungry(y) \rightarrow Angry(y)]$
- C) Bewijs  $\forall x \neg A(x) \rightarrow \neg \exists x A(x)$  zonder premissen

**A5: Waarheidstafels (12 punten)**

- A) Maak één waarheidstafel voor de volgende drie formules. Nummer de rijen van de waarheidstafel.
- I.  $\neg A \vee \neg B$
  - II.  $B \rightarrow (A \rightarrow B)$
  - III.  $(B \rightarrow A) \wedge (B \vee A) \wedge \neg A$
- B) Welke van bovenstaande formules is/zijn tautologie(en)? Licht uw antwoord toe.
- C) Welke van bovenstaande formules is/zijn vervulbaar (tt-satisfiable)? Licht uw antwoord toe.
- D) Is formule I een logisch gevolg van formule II? Licht uw antwoord toe.
- E) Stel nu dat bekend is dat A impliceert dat B onwaar is, ~~en dat tussen C en de andere atomaire zinnen geen logische verbanden bestaan~~. Welke rij(en) is/zijn nu pseudorij(en)?
- F) Gegeven uw kennis over pseudorijen uit vraag E: Welke formule(s) is/zijn dan logisch waar? Licht uw antwoord toe.

**A6: Tarski's world (12 punten)**

Voor deze opgave is de volgende wereld uit Tarski's World gegeven, met daarin de objecten a t/m g, en h t/m l.



A) De rechter kubus (object j) heeft de grootte medium. De overige objecten zijn groot of klein. Geef van elk van de volgende formules aan of ze waar of onwaar zijn in de hierboven weergegeven wereld. Licht uw antwoord steeds toe.

I.  $\exists x \exists y (\text{Tet}(x) \wedge \text{Larger}(x,y))$

II.  $\exists x (\text{Dodec}(x) \wedge \exists y (\text{Tet}(y) \wedge \text{Larger}(x,y))$

III.  $\forall x ((\text{Cube}(k) \wedge \text{Tet}(x)) \rightarrow (\text{LeftOf}(k,x) \vee \text{LeftOf}(x,k)))$

B) Vertaal de volgende propositie in het Nederlands:

$$\forall x (\text{Cube}(x) \rightarrow \forall y (\text{Dodec}(y) \rightarrow \text{Larger}(x,y)))$$

C) De volgende formule kan onwaar worden gemaakt door één object één hokje te verschuiven (horizontaal, verticaal of diagonaal). Leg uit (1) welk object verplaatst moet worden, (2) hoe dit verplaatst moet worden en (3) waarom de formule dan onwaar is.

$$\forall x \exists y (\text{Dodec}(x) \rightarrow (\text{Dodec}(y) \wedge x \neq y \wedge (\text{SameCol}(x,y) \vee \text{SameRow}(y,x))))$$

Dit is het einde van de vragen over het A-deel. Elke student moet daarnaast ook vragen over het B-deel of het C-deel maken. De vragen zijn als volgt:

**\* B-deel (4 vragen):** deze moeten worden gemaakt door de studenten van informatiekunde, informatica en KI (zowel major, minor als keuzevak studenten). Dit zijn de studenten uit de werkcollegegroepen van Herke, Wouter en Chris. Deze vragen moeten *niet* gemaakt worden door de filosofen.

**\* C-deel (3 vragen):** deze moeten alleen worden gemaakt door de filosofie studenten (werkcollegegroep van Sander).

Constante	variabele	betekenis	waarde
$b$	Batman	sterke van Batman ( $x$ )	$y$
$l$	Joker	sterke van Joker ( $x$ )	$y$
	superheld	sterke van superheld ( $x$ )	$y$

- A) Batman is sterker dan de oms van de Joker.
- B) De sterkte van de Joker is geen superheld.
- C) Elke superheld is sterker dan de sterkte van iemand anders.
- D) Batman is enig kind.

### Vragen over het B-deel

NB: Deze vragen dienen alleen beantwoord te worden door de niet-filosofie studenten. De vragen dienen dus beantwoord te worden door de studenten van KI (major en minor), Informatica (major en minor) en Informatiekunde (major en minor).

#### B1: Normalvormen (6 punten)

A) Zet de volgende zin om naar Negatie Normalvorm (NNF) (zonder implicaties). Geef telkens uw tussenstappen weer.

$$((A \vee B) \leftrightarrow D) \wedge A$$

B) Zet de volgende zin om naar Disjunctief Normalvorm (DNF) (zonder implicaties). Geef telkens uw tussenstappen weer.

$$((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)) \vee (D \rightarrow C)$$

#### B2: Vertalen functiesymbolen (9 punten)

Vertaal de volgende zinnen in predikatenlogica. Gebruik hiervoor de hieronder gegeven vertaalsleutel voor constanten, predikaten en functies. Het discussiedomein (domain of discourse) bestaat uit mensen.

Constante	Betekenis	Predikaat	Betekenis	Functie	Betekenis
b	Batman	Sterker(x,y)	x is sterker dan y	aartsvijand(x)	de aartsvijand van x
j	Joker	$x = y$	gebruikelijke betekenis	moeder(x)	de moeder van x
		Superheld(x)	x is een superheld		

- A) Batman is sterker dan de oma van de Joker.
- B) De aartsvijand van de Joker is geen superheld.
- C) Elke superheld is sterker dan de aartsvijand van iemands moeder.
- D) Batman is enig kind.

### B3: Semantiek (12 punten)

Gegeven is het model  $M$  dat bestaat uit het domein

$D^M = \{\text{simba, nala, pumba}\}$

- De interpretatie van het tweepplaatsige predikaat  $V(x,y)$  is "x is bevriend met y";  
 $V^M = \{\langle \text{simba, nala} \rangle, \langle \text{simba, pumba} \rangle, \langle \text{nala, simba} \rangle, \langle \text{pumba, simba} \rangle\}$
- De interpretatie van het eenplaatsige predikaat  $A(x)$  is "x is van adel";  
 $A^M = \{\text{simba, nala}\}$
- De interpretatie van het tweepplaatsige predikaat  $B(x,y)$  wordt door u bepaald in opgave c.

Laat de bedeling  $h$  ("variable assignment") gegeven zijn zodanig dat:

$h(x) = \text{simba}, h(y) = \text{nala}, h(z) = \text{pumba}$

Laat van de volgende twee beweringen zien of ze waar of onwaar zijn. Volg daarbij stap voor stap de waarheidsdefinitie.

A)  $M \models A(y) \wedge \neg V(x,z) [h]$

B)  $M \models \forall x \exists y V(x,y) [h]$

Geef in verzamelingennotatie een interpretatie van het nieuwe tweepplaatsige predikaat  $B(x,y)$  zodat de volgende zin vervulbaar (satisfiable) wordt in model  $M$ . Laat daarna zien dat de bewering juist is door stap voor stap de waarheidsdefinitie te laten zien (net zoals bij opgave A en B is gedaan).

C)  $M \models \forall u ( B(u,y) \wedge A(u) \wedge V(u,y) \wedge B(u,z) ) [h]$

**B4: Prenex- & Skolemnormaalvorm en Hornzinnen (8 punten)**

A) Geef een Prenex-normaalvorm voor de volgende formules. Geef telkens uw tussenstappen weer.

I.  $\exists x(\text{Tet}(x) \wedge \exists x \text{ SameSize}(x,x))$

II.  $\forall x(\forall y(\text{Cube}(x) \wedge \text{Tet}(y)) \rightarrow \forall z \text{ LeftOf}(x,z))$

B) Geef een Skolem-normaalvorm voor de volgende formule:

$$\exists u \forall v \exists x \forall y \exists z ((A(x) \wedge B(y)) \rightarrow (C(u,y) \vee D(z,y,x,v)))$$

C) Ga na of de volgende Horn-zin vervulbaar is met het vervulbaarheids-algoritme voor Horn-zinnen. Geef na elke toekenning van een waarheidswaarde aan een atomaire formule de tussenresultaten aan. Als u wilt kunt u voorafgaand aan het toekennen van de waarheidswaarden eerst de formule omschrijven in een andere vorm (bijvoorbeeld als een Hornzin in Conjunctief Normaal Vorm, CNF).

$$(P \rightarrow S) \wedge (P \rightarrow Q) \wedge ((R \wedge S) \rightarrow P) \wedge (T \rightarrow P) \wedge (R \rightarrow \perp)$$

**Dit is het einde van de vragen over het B-deel. Nu volgen de vragen over het C-deel voor de filosofie studenten.**

	Batman	sterker	(x,y)	Superheld(x)	x	is	een	Superheld
	Joker	x	y					

- A) Batman is sterker dan de oma van de Joker.
- B) De oortsvijand van de Joker is geen Superheld.
- C) Elke Superheld is sterker dan de oortsvijand van Iemand's moeder.
- D) Batman is enig kind.



### Vragen over het C-deel

NB: Deze vragen dienen alleen beantwoord te worden door de filosofie studenten.

Onderstaande vragen dienen op een apart vel te worden beantwoord. Vermeld op dit vel ook uw naam en studentnummer.

---

#### C1: Verzamelingenleer (12 punten)

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{\emptyset, 2, 3\}$$

$$C = \{\{a, b\}, \emptyset\}$$

$$D = \emptyset$$

- Welke van de verzamelingen A, B, C, en D is een element van welke andere?
- Bepaal  $\{A\} \cap C$  en  $(B \cap D) \cup A$ .
- Bepaal  $\emptyset \in B$ .

#### C2: Intuitionisme (4 punten)

Leg uit waarom de wet van de uitgesloten derde (*tertium non datur*:  $P \vee \neg P$ ) volgens de intuitionisten niet als logisch beginsel kan worden toegestaan.

#### C3: Driewaardige logica (12 punten)

- Geef de waarheidstafel van  $\neg(P \wedge \neg P)$ , waarbij  $\neg$  de zwakke (schwache, bestreitende, nicht-präsupponierende) negatie is en  $\wedge$  de sterke (starke, behauptende, präsupponierende) negatie is. Is de formule een tautologie in de driewaardige logica van Blau?
- Wat zijn volgens Blau de twee bronnen van onbepaaldheid (onbestimmtheit)? Geef van beide een voorbeeld.

Dit is het einde van de vragen over het C-deel.